(1) Comprobar que $y = 2x + ce^x$ es la integral de la ED $y' - y = 2(1-x)$

$$y' = 2 + ce^x$$
$$y = 2x + ce^x$$

$$y' - y = 2 + ce^x - 2x - ce^x = 2 - 2x = 2(1-x) \qquad \text{cierto!}$$

(3) Demostrar que $y = 2e^x$, $y = 3x$ e $y = c_1 e^x + c_2 x$ son soluciones de la ED $y''(1-x) + y'x - y = 0$

$$\left.\begin{aligned} y &= 2e^x \\ y' &= 2e^x \\ y'' &= 2e^x \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &y''(1-x) + y'x - y = 0 \\ &2e^x(1-x) + 2e^x x - 2e^x = 2e^x(1 - x + x - 1) = 0 \end{aligned}$$

cierto!

$$\left.\begin{aligned} y &= 3x \\ y' &= 3 \\ y'' &= 0 \end{aligned}\right\} \quad 0(1-x) + 3x - 3x = 0 \qquad \text{cierto!}$$

$$\left.\begin{aligned} y &= c_1 e^x + c_2 x \\ y' &= c_1 e^x + c_2 \\ y'' &= c_1 e^x \end{aligned}\right\} \quad \begin{aligned} &c_1 e^x(1-x) + (c_1 e^x + c_2)x - (c_1 e^x + c_2 x) = \\ &\cancel{c_1 e^x} - \cancel{x c_1 e^x} + \cancel{x c_1 e^x} + \cancel{c_2 x} - \cancel{c_1 e^x} - \cancel{c_2 x} = 0 \end{aligned}$$

cierto!

Tipos y resolución

1) Variables separables o separadas

Forma canónica

$$\boxed{f(x) \cdot g(y)\, dx + h(x) \cdot i(y)\, dy = 0}$$

cualquiera de las funciones puede ser una constante o la unidad

Pasos:

1º Poner un diferencial en cada miembro

2º En un miembro todas las $x\,dx$ en el otro todas las $y\,dy$

Las diferenciales han de estar siempre multiplicando y son las que mandan

$$\frac{f(x)}{h(x)}\,dx = -\frac{i(y)}{g(y)}\,dy$$

$$\int \frac{f(x)}{hx}\,dx = -\int \frac{i(y)}{g(y)}\,dy$$

$$F(x) + C_1 = G(y) + C_2$$

$$F(x) = G(y) + (C_2 - C_1)$$

$$F(x) = G(y) + K$$

Se añade solo una constante y en la forma que se quiera

No podrá ser nunca del tipo VS una ecuación en que el diferencial esté multiplicado por una función <u>solo de x</u> <u>mas una función solo de y</u>

④ Integrar $(y^2-1)dx-(2y+xy)dy=0$

$$(y^2-1)dx - y(2+x)\,dy = 0$$

$$(y^2-1)dx = y(2+x)\,dy$$

$$\frac{1}{2+x}dx = \frac{y}{y^2-1}dy$$

$$\int\frac{1}{2+x}dx = \int\frac{y}{y^2-1}dy$$

$$\ln|2+x| = \frac{1}{2}\ln|y^2-1| + \frac{1}{2}\ln C$$

$$2\ln(2+x) = \ln|y^2-1| + \ln C$$

$$\ln(2+x)^2 = \ln C(y^2-1)$$

$$(2+x)^2 = C(y^2-1)$$

---

⑤ Hallar la curva integral de la ecuacion: $xdx+ydy = xy(xdy-ydx)$ ~~qu~~ pasa por el punto $(1,1)$

$$xdx+ydy = xy(xdy-ydx)$$

$$xdx+ydy = x^2y\,dy - x.y^2dx$$

$$xdx + x.y^2dx = x^2y\,dy - y\,dy$$

$$x(1+y^2)\,dx = y(x^2-1)\,dy$$

$$\frac{x}{x^2-1}dx = \frac{y}{1+y^2}dy$$

$$\frac{1}{2}\ln(x^2-1) = \frac{1}{2}\ln(1+y^2) + \frac{1}{2}\ln C$$

$$\ln(x^2-1) = \ln(1+y^2) + \ln C$$

$$\ln(x^2-1) = \ln C(1+y^2)$$

$$x^2-1 = C(1+y^2)$$

$$(1-1) = C(1+1)$$

$$0 = 2C$$

$$C = 0$$

---

(6) Resolver $tg\,x \cdot sen^2 y\, dx + cos^2 x\, ctg\,y\, dy = 0$

$$tg\,x \cdot sen^2 y\, dx = -cos^2 x\, ctg\,y\, dy$$

$$\frac{tg\,x}{+cos^2 x}\, dx = \frac{-ctg\,y}{sen^2 y}\, dy$$

$$\int \frac{tg\,x}{cos^2 x}\, dx = \int cotg\,y \cdot \frac{-1}{sen^2 y}$$

$$\frac{tg^2 x}{2} = \frac{cotg^2 y}{2} + \frac{C}{2}$$

---

(8) Resolver $e^{x-y}dx + e^{y-x}dy = 0$

$$\frac{e^x}{e^y}\, dx + \frac{e^y}{e^x}\, dy = 0$$

$$\frac{e^x}{e^y}\, dx = -\frac{e^y}{e^x}\, dy$$

$$e^{2x}\, dx = -e^{2y}\, dy$$

$$\int e^{2x}\, dx = -\int e^{2y}\, dy$$

$$\frac{1}{2}\int e^{2x} \cdot 2\, dx = -\frac{1}{2}\int e^{2y} \cdot 2\, dy$$

$$\frac{1}{2} e^{2x} = -\frac{1}{2} e^{2y} + \frac{1}{2} e^{c}$$

$$e^{2x} + e^{2y} = e^{c}$$

(9)

$$\frac{dy}{dx} = \sqrt{1-y^2}$$

$$\sqrt{1-y^2}\, dx = dy$$

$$dx = \frac{1}{\sqrt{1-y^2}}\, dy$$

$$x + C = \operatorname{arc\,sen} y$$

---

(10)

$$\frac{dy}{dx} = y \operatorname{ctg} x$$

$$\frac{dy}{y} = \operatorname{ctg} x\, dx$$

$$\int \frac{1}{y}\, dy = \int \operatorname{ctg} x\, dx$$

$$\ln y = \ln \operatorname{sen} x + \ln C$$

$$\ln y = \ln C \operatorname{sen} x$$

$$y = C \operatorname{sen} x$$

Tipo II de ED **Homogeneas**

Forma Canónica

$$\boxed{F(xy)\, dx + G(xy)\, dy = 0}$$

F y G funciones homogeneas del mismo grado